1. Obliczyć granicę ciągów o wyrazie ogólnym a_n:

$a)\ a_n = \frac{6n^2-5n-1}{2n^2+n}$, $b)\ a_n = \frac{(2n+1)(2n-3)}{2n^2+3n+1}$, $c)\ a_n = \frac{(2n-1)^4}{(4n-1)^3(1-5n)}$ $d)\ a_n = \frac{3n^6+2n-1}{-4n^2+n-9}$

$e)\ a_n = \frac{2n^3+5n-9}{4n^9+3n-7}$, $f)\ a_n = \frac{1+2+3+4+...+n}{(2n+3)^2}$, $f)\ a_n = \left(\frac{n^4-3n^3+2n^2+1}{-n^4+n^3+6n+8}\right)^{999}$, $g)\ a_n = \frac{1+\sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{5}-(\frac{1}{3})^n}$,

$h)\ a_n = \frac{5^{n+1}-2\cdot 3^n+8}{2^{3n+1}-5^n+7}$ $i)\ a_n = \frac{5\cdot 9^n-5^{n+1}+3}{-3^{2n}+2^{3n+1}-1}$ $j)\ a_n = \frac{-3+1+5+9+...+4n-11}{2n^2+1}$,

$k)\ a_n = \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{2^{n-1}}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+...+\frac{1}{3^{n-1}}}$.

2. Obliczyć granicę ciągów o wyrazie ogólnym a_n:

$a)\ a_n = (\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1})$ $b)\ a_n = (\sqrt{n^2+5n-1}-\sqrt{n^2+3})$

$c)\ a_n = (3n-\sqrt{9n^2+6n+1})$ $d)\ a_n = (\sqrt{9^n+3^n}-\sqrt{9^n+1})$

$e)\ a_n = (\sqrt[3]{n^3+4n^2+1}-n)$ $f)\ a_n = (n\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{2n^3+5n^2-7})$

$g)\ a_n = \frac{2^{\sqrt{n+1}}}{2^{\sqrt{n}}}$ $h)\ a_n = \sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}\cdot ...\cdot\sqrt[2^n]{2}$, $i)\ a_n = n\cdot\sin\frac{1}{n}$

$j)\ a_n = n^{1+\frac{1}{n}}\cdot\sin\frac{2}{n}$ $m)\ a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2+n}}$

3. Obliczyć granicę ciągów o wyrazie ogólnym a_n:

$a)\ a_n = \sqrt[n]{2^n+e^n}$, $b)\ a_n = \sqrt[n]{2^n+3^n+4^n+5^n+6^n}$, $c)\ a_n = \frac{5\cdot 4^n+3\cdot\sin n!}{2^{2n}+7}$,

$d)\ a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+...+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, $e)\ a_n = \frac{2n^2+\sin n}{n^2+(-1)^n}$, $f)\ a_n = \frac{\log_2(2^n+1)}{\log_2(4^n+1)}$,

$g)\ a_n = \frac{3\cdot 2^{2n+1}+6\cos n}{4^{n-2}+3^n-2^{n+5}-1}$,

4. Obliczyć granicę ciągów o wyrazie ogólnym a_n:

$a)\ a_n = \left(1+\frac{5}{n}\right)^n$, $b)\ a_n = \left(1-\frac{1}{2n}\right)^n$, $c)\ a_n = \left(1+\frac{1}{3n}\right)^{n+2}$,

$d)\ a_n = \left(\frac{n+2}{n-4}\right)^n$, $e)\ a_n = \left(\frac{n^2+3n+2}{n^2+2n}\right)^{3n+1}$, $f)\ a_n = \frac{n+1}{n(\ln(n+1)-\ln n)}$,

$g)\ a_n = n\cdot\ln(\frac{n+8}{n})$, $h)\ a_n = \left(\frac{n-2}{n+4}\right)^{5n+2019}$, $i)\ a_n = \frac{9^{\log_3(n+1)}}{4^{\log_2 n}}$,

$j)\ a_n = \left(\frac{n}{n-5}\right)^{6n+29}$, $k)\ a_n = \left(1+\frac{3}{2n^2}\right)^{8n^2+25}$, $l)\ a_n = \left(\frac{3n!-3}{3n!+2}\right)^{n!}$.

5. Obliczyć lub wykazać, że nie istnieją granice podanych ciągów:

$a)\ a_n = \frac{1+2+...+n}{2n^2}+(\sqrt[3]{n^3+3}-\sqrt[3]{n^3-3})+\left(\frac{5n!-3}{5n!+2}\right)^{n!}$

$b)\ a_n = (-1)^n\frac{3n^2-n}{2n^2+n}$, $c)\ a_n = (-1)^n\frac{4n^3-n+8}{n^3+n-2}$,

$d)\ a_n = \frac{1+2+2^2+...+2^{2n}}{4^n-1}+\left(\frac{3n!-3}{3n!+2}\right)^{n!}$.

Literatura:

1. K.T.Jankowscy "Zbiór zadań z matematyki",

2. "Matematyka. Podstawy z elementami matematyki wyższej.",

3. M. Gewert, Z.Skoczylas "Analiza matematyczna 1",

4. M.Lassak "Matematyka dla studiów technicznych"